Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 7(1), 16-43, Ocak 2014
Journal of Theoretical Educational Science, 7(1), 16-43, January 2014
[Online]: http://www.keg.aku.edu.tr
DOI number: http://dx.doi.org/10.5578/keg.6176

A Study on Overcoming Misconceptions of 6th Graders About Equations

Gözde AKYÜZ * **Tuğba HANGÜL** **

Received: 18 June 2013 **Accepted:** 23 September 2013

ABSTRACT: The aim of this study is to determine and overcome misconceptions of 6th graders about first degree equations with one unknown. The study has a mixed research design and was conducted with 25 sixth graders in a public school during the spring semester of the 2011-2012 academic year. Data were collected through a test of 20 open-ended items developed by the researcher. The misconceptions were detected through descriptive analysis of the test. Then, students were being taught based on activity-based instructional methods for eight hours. The test was also given at the end of the instruction as a post-test to examine the effectiveness of the activity-based instruction with overcoming their misconceptions. Data were analyzed by paired samples *t* test through SPSS 16.0. Findings indicated that activity-based instruction was effective in overcoming students' misconceptions.

Keywords: First degree equations with one unknown, student misconceptions, mathematics activities

Extended Abstract

Purpose and Significance: There have been many studies on misconceptions about different topics in the literature. However, the number of studies on overcoming misconceptions is limited. The aim of this study is to determine and overcome misconceptions about first degree equations with one unknown through activity-based instruction. It has been stated in the literature that it is important to recognize students' conceptual understandings, their way of learning, and learning practices in order not to encounter with learning difficulties. Meanwhile, teachers and educators should also be aware of instructional strategies and environments that support student learning. Algebra should not be regarded as a set of rules to be memorized. Rather, equations, should be taught starting with one-step activities including boxes on quantitative understanding in arithmetic which is important for transition from arithmetic to algebra. Next, one or two step equations with algebraic symbols resulting both in integer and non-integer solutions are taught. Then, equations which require inverse operations and equivalence are offered. Lastly, equations with more than one variable both on one of the sides of the equation and on all sides of the equation are taught. Negotiations and discussions about the topics is also significant in mathematics teaching.

Methods: This mixed-method study was conducted with 6th graders in a public primary school. The sample consisted of 13 female and 12 male students, 25 in total. Through review of the related literature ans expert review, a test of 20 items in eight steps was

* *Corresponding Author*: Assist. Prof. Dr., Balıkesir University, akyuzgozde@gmail.com
** Res. Assist., Marmara University, tugbahangul@gmail.com

Copyright © 2014 by AKU
ISSN: 1308-1659

developed to detect misconceptions of students. The open-ended items made students explain their solutions in detail. A pilot study was done to have the final version of the test. When the test was administered as a pre-test, it was scored and descriptive analysis was conducted to analyze students' misconceptions. This analysis was done by both of the researchers and intercoder reliability coefficient was calculated as .91. In order to be sure whether students' misconceptions were due to their carelessness or not, all students were interviewed on their responses. Activities were also developed in order to overcome these misconceptions detected through the test. A curriculum with activities was developed and implemented in eight class hours by one of the researchers. Heteregenous groups consisting of five students were formed. Students firstly studied worksheets individually considering their instructions. After individual study, students discussed on their responses in their own groups and decided on the final group answer. Lastly, the whole class discussed on activities. The test was also administered as a post-test after curriculum implementation. A paired-samples *t* test was conducted to compare pre-test and post-test mean scores. Descriptive analysis was also carried out to see whether there was a remedy in students' misconceptions.

Results: Pre-test results showed that most students had misconceptions about first degree equations with one unknown. Post-test results showed that most students overcame their misconceptions or there was a decrease in the number of misconceptions they had. A paired-samples *t* test showed that post-test mean scores were statistically significantly higher than pre-test mean scores.

Discussion and Conclusions: It can be concluded that teaching pre-developed activities remedied students' misconceptions and improved their understandings about "first degree equations with one unknown". Using boxes in activities makes transition from arithmetic to algebra easier. This transition should be supported with real-life activities based on problem-solving. Concrete materials such as a scale were also effective in developing the concept of equivalence. So, it can be stated that teachers should be aware of nature of mathematical concepts and use different techniques to teach them in order to remedy misconceptions of students. Groupwork and peer learning which led to discussions and negotiations also improved student learning.

6. Sınıf Öğrencilerinin Denklemler Konusunda Sahip Oldukları Yanılgıların Giderilmesine Yönelik Bir Çalışma

Gözde AKYÜZ* **Tuğba HANGÜL** **

Makale Gönderme Tarihi: 18 Haziran 2013 **Makale Kabul Tarihi:** 23 Eylül 2013

ÖZET: Bu çalışmanın amacı, 6. sınıf öğrencilerinin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusundaki hatalarını tespit etmek ve bu hataları gidermektir. Nitel ve nicel araştırmanın bir arada kullanıldığı karma desene sahip bu çalışma, 2011-2012 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 25 altıncı sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak sekiz bölümden oluşan ve 20 açık uçlu soru içeren bir test hazırlanmıştır. Bu testle öğrencilerin bu konuda sahip oldukları hatalar, betimsel analiz ile tespit edilmiş, daha sonra bu öğrencilerle sekiz ders saati süresince her bir hatayı gidermeye yönelik hazırlanmış etkinliklere dayalı bir öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğretim sonrası, daha önce ön-test olarak uygulanan kavram testi aynı gruba son-test olarak tekrar uygulanmış ve etkinliklerin öğrencilerin hatalarını gidermedeki etkisine bakılmıştır. Bunun için SPSS 16.0 paket programındaki ilişkili örneklemler *t* testinden yararlanılmıştır. Sonuç olarak, yapılan etkinliklerin öğrencilerin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusundaki hatalarını azalttığı tespit edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, öğrenci hataları, matematik etkinlikleri

Giriş

Cebir, yalnızca matematikte değil, hayatın her alanında ve aşamasında çok önemli bir konuma sahiptir. Günlük hayatta karşılaşabileceğimiz problemlerin çözümlerinden, başka bilimlerdeki problemlerin çözümlerine kadar her yerde cebir ve cebirsel düşünce kullanılmaktadır (Dede, Yalın, & Argün, 2002). Bu da cebirin günümüzde matematik okuryazarlığının vazgeçilmez ve ayrılmaz bir parçası olarak görülmesini sağlamaktadır (Erbaş & Ersoy, 2002).

Literatürde cebirle ilgili farklı tanımlara rastlamak mümkündür. Cebir, matematiğin temel dilidir. Cebir, bir problem durumuyla ilgili matematiksel model oluşturma ve kurulan bu model yardımıyla problemi çözme imkânı sağlar. Bunu yaparken de eldeki verilerin sayısal ve grafiksel gösterimleriyle bağlantı kurar (Chapin & Johnson, 2006). Ryan ve Williams (2007, s.105) ise cebiri; *"bir dizinin genel terimini bulma, verilen ifadeleri sadeleştirme, denklemleri çözme gibi işlemleri içeren sembolik bir oyunda harflerin ve sayıların üzerinde çeşitli oynamalar yapma"* şeklinde tanımlamıştır. Cebir öğrenmek aynı zamanda öğrencilerin çeşitli matematiksel ifadeler ve disiplinler arasındaki bağlantıyı kurmalarını sağlar (National Council of Teachers of Mathematics, 2008).

Matematikte başarılı olmanın anahtarı cebir bilmekten geçmektedir (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003). Cebirin temeli ilkokulda atılmaktadır. Bu seviyedeki cebir öğretimi, öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaştıkları örüntülerin farkına varmalarını sağlamaya yöneliktir. Öğrenciler örüntüdeki renkleri, şekilleri veya sayıları yerleştirme işlemini daha çok oyun gibi görmektedir. İleriki sınıflarda ise harfler ve

* *Sorumlu Yazar*: Yard. Doç. Dr., Balıkesir Üniversitesi, akyuzgozde@gmail.com
** Araş. Gör., Marmara Üniversitesi, tugbahangul@gmail.com

semboller kullanılarak cebirin özü olan bilinmeyenleri bulmak için denklem çözümleri öğrenilmeye başlanır. Bu nedenle, ilköğretim matematik programında cebir öğrenme alanının bir alt öğrenme alanı da "denklemler"dir.

Matematik programının 6. sınıfında öğretimine başlanan denklemler konusu, öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarının olumlu gelişmesi açısından büyük önem taşımaktadır çünkü denklemler, ilköğretim matematik ders programında, öğrencilerin somuttan soyuta geçişlerini sağlayan bir konudur. Denklemler, öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları matematik problemlerini çözmeye imkân vermenin yanısıra öğrencilerin gündelik sorunlarını daha sistemli ve düzenli bir biçimde çözmelerine yardımcı olur (Köroğlu, Geçer, Taşçı, & Ay, 2004).

Alanyazın incelendiğinde eğitimcilerin "denklem" kavramıyla ilgili farklı ifadeler kullandıkları görülmektedir. Altun (2010)'a göre denklem, bilinmeyen içeren bir eşitliktir. Duffy, Mottershead ve Murty (2003, s. 383) de denklem kavramını ve denklem çözümünü şu şekilde ifade etmişlerdir:

> 2t+3 ve 4t-1 birer cebirsel ifadedir. Burada t herhangi bir sayıyı temsil eder ve t ye "değişken" adı verilir. Eğer bir cebirsel ifade bir şeye (sayıya, başka bir cebirsel ifadeye vb.) eşit oluyorsa o artık bir denklemdir. Örneğin; 2t+3 = 4t-1 ifadesi bir denklemdir. Çünkü t değeri 2 dir ve bu değer, 2t+3 = 4t-1 eşitliğini doğrulayan tek değerdir. Denklemin çözümünü de t = 2 olarak belirtiriz.

Duffy, Mottershead ve Murty (2003)'ün tanımına benzer bir tanımı da Baykul (2009, s. 588), *"iki cebirsel ifadenin eşitliğine denklem denir."* şeklinde yapmıştır. Denklem ile ilgili yapılan bir başka açıklama ise denklemin matematiksel bir durum olduğu yönündedir: "Denklem, eşitlik sembolünün her iki tarafında bulunan ifadelerin birbirine eşit olduğunu gösteren matematiksel bir durumdur" (Maran Graphics Development Group, 2005, s. 241). Derbyshire (2006, s. 37) ise denklemi farklı bir şekilde yorumlamıştır:

> Matematikçiler denklemi, bir şeyin başka bir şeye eşit olduğu durum olarak açıklar. Örneğin; "İki artı iki eşittir dört" dersek biz bir eşitlik oluşturmuş oluruz. Diophantus gibi birçok matematikçi de eşitliklerin bazı bilinmeyenler içerdikleri zaman denkleme dönüştüklerini vurgulamıştır. Bilinmeyenin varlığı eşitliğin "öyleyse budur" şeklindeki açık olan bir durumdan "öyleyse nedir?" ya da "ne zaman öyledir?" şeklindeki sorgulayıcı boyuta geçmesini sağlar. x + 2 = 4 ifadesi bir denklemdir ve buradaki soru "Hangi sayıyla ikinin toplamı 4 eder?" şeklinde olup çözüm de "x=2 olduğunda denklem sağlanır.

Ülkemizdeki okullarda hâlen birçok öğretmen tarafından kullanılmasına rağmen, davranışçı ekolün öne sürdüğü tezlerin artık günümüzde eğitim-öğretime dair ihtiyaçlara cevap veremediği, en azından matematik alanında, geniş kabul görmektedir. Yani, matematikte konuları slayt gösterileriyle, düz anlatımla, formül ezberletmeyle ya da öğretmen merkezli yaklaşımla ele almak öğrencilerin kavramsal gelişimlerine engel teşkil etmektedir (Bingölbali & Özmantar, 2010). Bu bağlamda, cebir alanındaki (cebirsel ifadelerle ilgili işlemler, denklem kurma ve çözme problemleri, fonksiyonlar vs.) öğretimde yapılan en büyük hata, öğrencilere cebirin ne için kullanıldığını, ne işe yaradığını öğretmeden önce onlardan değişkenlerle ilgili üst düzey problemleri çözmelerini beklemektir. Diğer bir ifadeyle, matematiksel formal bilginin sunumu uygulamadan (problem çözme, genelleme yapma) önce verilmektedir (Kieran, 1992). Bu şekildeki bir öğretim ise Freudenthal'e göre anti-didaktiktir. Harf ve sayıları içeren

çeşitli sembollerle uğraşarak ve bunları çeşitli kurallara uyarak düzenleyip bilinmeyenleri bilinenler cinsinden ifade etmek olarak adlandırılan cebirsel denklem çözümü esnasında öğrenciler, değişik durumlarda uygulanacak çeşitli kurallar ezberleyerek doğru veya yanlış bir şekilde sonuca ulaşır. Eğer denklem çözme süreci bir anlam kazanmamışsa, sonuçların kontrol edilmesi de zorlaşır ve öğrenciler kendi yöntemlerini kullanarak çözümlerin doğruluğu üzerinde yorumda bulunamazlar (Bingölbali & Özmantar, 2010). Bu ise ileriki dönemlerde öğrencilerde cebirsel ifadelerle ilgili işlemler ve denklem çözümlerinde çeşitli kavram yanılgılarına ve yanlış öğrenmelere neden olmaktadır.

Son yıllarda yapılan araştırmalar, matematiğin birçok konusunda (özellikle denklemlerde) öğrencilerin yanlış algılara sahip olduklarını ortaya koymuştur. Literatürde de bu yanılgılarla ilgili birçok açıklamayla karşılaşılabilir. Resnick (1983)'e göre öğrenciler sınıflara "boş levhalar" olarak değil de günlük hayattan tecrübe edinip yapılandırdıkları bazı kavram ve algılarla gelirler. Her ne kadar öğrenci çevresindekileri anlamlandırmak için kafasında böyle yapılar inşa ediyorsa da bu yapılar "tamamlanmamış, yarım gerçekler"dir. Aslında bunlar birer kavram yanılgısıdır (Mestre, 1987; Mestre, 1989). Pines (1985, s. 110) de konuyla ilgili şu açıklamaları yapmıştır: *"Kazanılan bazı kavramsal ilişkiler genel duruma uygun olmayabilir. Bu tür ilişkileri "kavram yanılgısı" olarak nitelendiririz"*. Zembat (2008)'e göre ise kavram yanılgısı, uzmanların üzerinde hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayıştır. Yani kavram yanılgısı, bireyin doğru kabul edip birçok beceriyi sergilemede kaynak olarak kullandığı yanlış kavram ya da kavramlamalardır. Kavram yanılgısı, basit bir hata değildir. Eğer bireyler hatalarının doğru olduklarını sebepleri ile açıklıyor ve kendilerinden emin olduklarını söylüyorlarsa o zaman kavram yanılgıları var demektir (Cankoy, t.y.; Yenilmez & Yaşa, 2008).

Kavram yanılgısı ve hata arasındaki farkı ayırt etmek önemlidir. Hata, bir kavram yanılgısının sonucu olabileceği gibi basit bir dikkatsizlikten, konsantrasyon ya da bilgi eksikliğinden kaynaklanan yanlış yorumlamalar neticesinde de ortaya çıkabilir (Gates, 2001). Kavram yanılgısı ise genelde bilgi eksikliğinin, kuralların yanlış uygulanmasının ya da yanlış olarak yapılan matematiksel genellemelerin bir ürünüdür (Spooner, 2002). O halde kavram yanılgısı; sistemli bir şekilde öğrenciyi hataya teşvik eden bir kavrayış biçimidir ve öğrencinin yaptığı hatalar yüzeydeki görüntü olup bu görüntünün oluşmasına kaynaklık eden bir kavram yanılgısı söz konusudur (Bingölbali & Özmantar, 2010).

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerle ilgili literatürde belirlenmiş birçok hata ve kavram yanılgıları bulunmaktadır. Bu hatalar ve örnekleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir (Hall, 2002; Kieran, 1992; Oktaç, 2010; Sleeman, 1984).

Tablo1

Literatürdeki Birinci Derece Bir Bilinmeyenli Denklemlerle İlgili Hatalar

Hatalar	Hata Örnekleri
Gramer hatası	5x-3 cebirsel ifadesinin 2x şeklinde düşünülmesi
Ters çevirme hatası	x/2 + 3 = 5 denkleminin x + 3 = 10 şekline dönüştürülmesi
Ters işlemin sınırlı olarak uygulanması ve ters işlem hatası	Ters işlemin sınırlı olarak uygulanmasında; x/4 + 22 = 182 denklemi önce x/4 = 160 denklemine dönüştürülüp daha sonra da x = 160/4 ten x = 40 bulunması Ters işlem hatasında ise, toplamanın tersi olarak toplama, çıkarmanın tersi olarak çıkarma, bölmenin tersi olarak da bölme işlemlerinin yapılması
Diğer ters işlem hatası	4x = 1 denkleminin x = 1 – 4 şeklinde düşünülmesi
Yeniden dağıtım ve toplananın yer değiştirmesi hataları	Yeniden dağıtım hatasında x + 37 = 150 denklemi ile x + 37 - 10 = 150 + 10 denkleminin çözüm kümelerinin aynı olduğunun ve toplananın yer değiştirmesi hatasında x + 37 = 150 denklemi ile x = 37 + 150 denkleminin çözüm kümelerinin aynı olduğunun düşünülmesi
Tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi hatası	2x – 6 = 4 denkleminin 2x = 6 denklemi biçimde veya 16x – 215 = 265 denkleminin de x – 215 = 265 şeklinde gibi algılanıp çözülmesi
Eşitlik kavramı ile ilgili yanlış algılar	Eşitlik işaretinin öğrenciler tarafından genelde, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak değil de, "işlem yap, sonuç elde et" şeklinde yorumlanması

Sözkonusu yanılgılarla karşılaşmamak için öğrencilerin yapısal kavramları uygulamaları, bu öğrenme süreci ile ilgili araştırmaların yapılması ve bu kavramların kazandırılması için yeni öğrenme etkinliklerinin ve öğrenme ortamlarının tasarlanması gerekmektedir (Booth, 1989). Cebirin kavramsal olarak öğrenilmesi için ezberlenmiş kurallar listesi olmaktan çıkarılıp cebirin yapısını belirleyen ögelerinin, örneğin eşitlik işaretinin, bilinmeyen olarak kullanılan harflerin anlamının öğrenilmesi önemlidir (Oktaç, 2010). Cebirin ögeleri ile ilgili öğretime, öğrencilerin aritmetik öğrenme sürecinde hazırlanmaları, örneğin öncelikle eksik olan sayının bulunması gibi işlemlerle sürece geçiş yapılması (Hunter, 2007) ve denklem kavramının anlamı için terazi gibi somut modeller aracılığı ile öğrenme etkinliklerinin tasarlanması denklem kavramlarının kazandırılmasını kolaylaştırmaktadır. Horne ve Lindberg (2001) doğrusal denklemlerin öğretiminde basitten karmaşığa doğru denklemler konusunda öğrencilerin gelişim düzeylerini sıralamışlardır. Düzeyler sayısal anlamadan başlayarak ileri düzeylerde soyutlama ve genelleme yapılmasına imkân verecek şekilde sıralanmıştır. Sırasıyla a) içinde kutucuk ya da boşluk içeren aritmetikte sayısal anlamayı ölçen tek basamaklı sorulara yer veren etkinlikler; b) cebirsel sembol içeren sonucu tam sayı olan bir ya da iki basamaklı çözülebilecek denklemler; c) ters işlem gerektiren sonucu tam sayı olan iki veya daha fazla basamakta çözülebilecek denklemler; d) sonucu tam sayı olmayan bir ya da iki basamakta çözülebilecek denklemler; e) ters işlem ve denklik gerektiren iki basamakta çözülebilecek denklemler; f) ters işlem ve denklik yaklaşımı ile çözülebilecek eşitliğin tek tarafında bilinmeyenin bulunduğu denklemler; ve g) ters

işlem ve denklik yaklaşımı ile çözülebilecek eşitliğin her iki tarafında da bilinmeyenin bulunduğu denklemler aşamalarından oluşan bir öğretim önerilmektedir. Bu sayede öğrencilerin denklemler konusunda soyutlama yapmaları ve konuyu kavramsallaştırmaları beklenmektedir.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, 6. sınıf öğrencilerinin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusundaki hata ve kavram yanılgılarını tespit etmek ve bu yanılgıları en aza indirmektir. Bu amaçla öncelikle, öğrencilerin bu konuda sahip oldukları yanılgılar hazırlanan test ile tespit edilmiş ve öğrencilerle görüşmeler yapılmış. Daha sonra bu öğrencilerle sekiz ders saati süresince her bir yanılgıyı gidermeye yönelik hazırlanmış etkinliklere dayalı bir öğretim gerçekleştirilmiştir. En son aşamada ise bu yanılgıların azalıp azalmadığı incelenmiştir. Bu bağlamda, çalışmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. 6. sınıf öğrencilerinin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusundaki yanılgıları nelerdir?
2. Uygulanan etkinliklerin 6. sınıf öğrencilerinin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusundaki yanılgılarını gidermedeki etkisi nedir?

Literatür incelendiğinde öğrencilerin matematiğin çeşitli konularında sahip oldukları yanılgıların tespitine yönelik birçok çalışma olduğu görülmüştür. Buna karşılık, bu yanılgıların giderilmesi amaçlı gerçekleştirilen çalışma sayısının da yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda yapılan bu çalışma, ilgili konudaki literatür boşluğunu doldurup ileriki çalışmalara ışık tutması açısından önem taşımaktadır.

Yöntem

Çalışmanın Deseni

Çalışma nicel-nitel karma desen olarak tasarlanmıştır. Nicel boyutunda ön-test - son-test deneysel desen uygulanmıştır. Denklemler konusunda kavram yanılgılarını gidermeye dönük tasarlanan etkinlikler uygulanarak öğrencilerin ön-test - son-test ortalamaları karşılaştırılmıştır. Nitel boyutunda betimsel analiz yapılarak öğrencilerin ön ve son testlere verdikleri yanıtlar incelenmiş, hataları ve kavram yanılgıları belirlenmiştir.

Çalışma Grubu

Bu çalışma, 2011-2012 eğitim-öğretim yılında bir devlet okulunun 6. sınıfında okuyan 13'ü kız, 12'si erkek toplam 25 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir.

Verilerin Toplanması ve İşlemler

Bu çalışmada öncelikle 6. sınıf öğrencilerinin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusunda sahip oldukları yanılgıları ortaya çıkarmak amacıyla literatür taraması yapılarak ve uzman kişilerin onayı alınarak 6. sınıf

denklemler konusunun kazanımlarını içeren 20 açık uçlu sorudan oluşan bir kavram testi hazırlanmıştır. Kavram yanılgıları ve hatalar ile sebeplerinin belirlenmesinde iyi yapılandırılmış açık uçlu sorulara da yer verilmektedir (Boujaoude, 1992). İyi yapılandırılmış açık uçlu sorular, öğrencilere verdikleri yanıtların nedenlerini de ifade etme imkânı vermekte ve öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini yansıtmaktadır (Gronlund & Linn, 1990). Bu testteki açık uçlu sorularla da öğrencilerin verdikleri cevapları nedenleriyle ve kendi sözcükleriyle ifade etmeleri amaçlanmıştır. Literatüre göre derlenen sorulardan oluşan test, üç uzman görüşüne sunulmuş ve pilot çalışma ile test edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre test yeniden düzenlenip öğrencilere uygulanmış ve öğrencilerin sahip oldukları yanılgılar tespit edilmiştir. Bu yanılgıların gerçekte var olup olmadığından emin olmak için de çalışmaya katılan öğrencilerin hepsiyle testlere vermiş oldukları cevaplar doğrultusunda görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Kavram yanılgılarının ve hataların belirlenmesi amacı ile ön-test ve son-test iki kişi tarafından kodlanmış ve kodlayıcılar arası uyuşum "Güvenirlik=uyuşum olan kategorilerin sayısı/uyuşum olan ve olmayan kategorilerin toplam sayısı" formülü (Miles & Huberman, 1994) ile hesaplanmıştır ve güvenirlik 0,91 olarak bulunmuştur. İki farklı kodlayıcının uyuşumu için %70 üzerindeki değerlerin araştırmacı güvenirliği için yeterli olduğu ifade edilmekte (Miles & Huberman, 1994) olduğundan bulunan değer yeterlidir.

Diğer yandan, literatürdeki denklem kavramının kazandırılması ile ilgili öneriler dikkate alınarak ve uzman kişilerle görüşülerek öğrencilerin ilgili konudaki her bir yanılgısını gidermeye yönelik etkinlikler geliştirilmiştir. Bu etkinliklerle yaklaşık sekiz ders saati boyunca uygulanmak üzere bir öğretim tasarlanmıştır. Öğretim gerçekleştirildikten sonra da etkinlik öncesi öğrencilerde tespit edilen yanılgıların giderilip giderilmediğini görmek için öğrencilere etkinlik öncesi yapılan test yeniden uygulanmış ve aradaki farkın anlamlı olup olmadığına bakılmıştır. Veriler normal dağılıma sahip olduğu için bu verilerin analizinde SPSS 16.0 paket programındaki yüzde, frekans dağılımı ve ilişkili örneklemler *t* testinden yararlanılmış, bunun yanı sıra nitel araştırma yöntemlerinden de betimsel analiz kullanılmıştır.

Uygulama

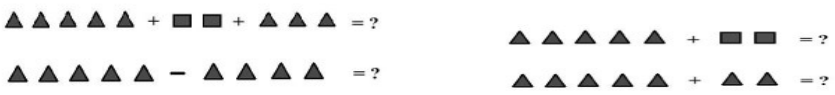
Araştırmada cebir öğrenme alanında "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusunda tespit edilen yanılgıları azaltmak için etkinliklere dayalı bir öğretim tasarlanmıştır. Öğretim uygulaması için tespit edilen her bir yanılgıya ait toplam 12 etkinlik geliştirilmiş ve etkinlikler tasarlanırken de literatürden yararlanılmıştır. Etkinlikler, çalışma grubundaki 25 öğrenciye iki hafta boyunca sekiz ders saati süresince araştırmacı tarafından uygulanmıştır.

Öğretim esnasında 25 kişi beşerli olmak üzere toplam beş gruba ayrılmış ve her bir öğrenciye etkinliklerin olduğu çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Öncelikle öğrenciler çalışma yapraklarındaki soruları yönergelere göre bireysel olarak cevaplandırmıştır. Sonrasında ise her bir öğrenci ait olduğu grupta cevaplarını tartışmış ve böylece grupça ortak bir cevap oluşturulması sağlanmıştır. En son aşamada ise her bir grubun kendi cevabını tüm sınıfla paylaşmasıyla sınıf içi tartışma ortamı oluşturulmuştur. Bu esnada

öğretmenin rolü, çeşitli yönergeler vererek öğrencilerin doğru sonuca ulaşmalarını sağlamaktır. Bu yapılırken de öğrencilerin önceki bilgilerini kullanarak doğru bilgiyi yapılandırması amaçlanmıştır. Etkinlikler esnasında çeşitli somut materyallerden (cebir karoları, renkli kâğıtlar, eşit kollu terazi, tahteravalli ve maket uçak) yararlanılmıştır. Özellikle eşitlik kavramının daha iyi anlaşılabilmesi için sınıfa eşit kollu terazi getirilmiş ve öğrencilerin farklı ağırlıklarla terazinin denge durumunu incelemeleri istenmiştir. Böylelikle öğrencilere dengenin, eşitliğin bir modeli olduğu sezdirilmeye çalışılmıştır. Öğretim esnasında kullanılan etkinlikler ve amaçları şu şekildedir:

Etkinlik 1. Benzer Terimleri Öğreniyorum

Aşağıda verilen şekiller size ne ifade etmektedir? İşlemlerin sonuçları hakkında neler düşünüyorsunuz? Açıklayınız.



……...
Yukarıdaki ifadelerde şekiller yerine harf kullanabilir miyiz? Neden? Kısaca açıklayınız.
……...
Aşağıda verilen ifadeler size neyi ifade etmektedir? Kısaca açıklayınız.

a. 5x + 2x = ?
b. 5 + 2x = ?
c. 5x + 2 = ?

Bu etkinliğin amacı, öğrencilerin aritmetik işlemleri yanlış şekilde cebire genelleştirmesi ve sonuç olarak kendilerine göre evrensel bir sadeleştirme yöntemi bulması sonucu ortaya çıkan "gramer hatası" olarak nitelendirilen yanılgıyı ortadan kaldırmaktır. Etkinlik; bireysel çalışma**,** grup çalışması ve sınıf tartışması olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır. Öğretmen etkinlik kağıtlarını tüm sınıfa dağıttıktan sonra öncelikle herkesin 10 dakika boyunca sorular üzerinde bireysel olarak düşünmesini istemiştir. Daha sonra 10 dakika grup çalışması yapılmış ve son aşamada da 10 dakika boyunca sınıf tartışması gerçekleştirilip etkinlik yaklaşık 30 dakikada tamamlanmıştır.

Etkinlik 2. Cebirsel İfadeler

Aşağıda verilen ifadelerin ne anlama geldiklerini açıklayınız. İfadeler arasında bir fark var mı? Varsa bu farkın ne olduğunu belirtiniz. Açıklamalarınızı yaparken cebir karolarından yararlanabilirsiniz.

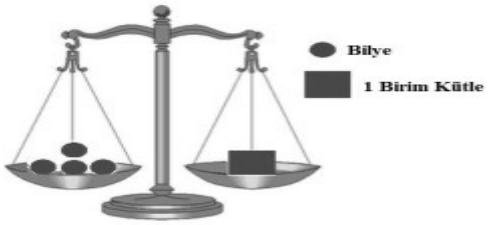
a. 4.a ***b.*** 4 + a ***c.*** a + 4 ***d.*** a. 4

Etkinliğin amacı, öğrencilerin çarpma işleminin tersi olan bölme işlemini kullanması gerekirken toplamanın tersi olan çıkarma işlemini kullanması sonucu ortaya çıkan "diğer ters işlem hatası" olarak nitelendirilen yanılgıyı ortadan kaldırmak ve ters işlemleri öğrencilere cebir karolarını kullanarak kavratmaktır. Etkinlik bireysel çalışma**,** grup çalışması ve sınıf tartışması olmak üzere üç aşamalı olarak tasarlanmıştır. Öğretmen etkinlik kağıtlarını tüm sınıfa dağıttıktan sonra öncelikle herkesin 5 dakika sorular üzerinde bireysel olarak düşünmesini istemiştir. Bireysel çalışmalar

tamamlandıktan sonra herkes, grup arkadaşlarıyla birlikte 5 dakika boyunca "grup çalışması"nı sürdürmüştür. Bu aşamada grupça yeni fikirler üretilmeye çalışılmıştır. Son aşamada da her grup çizmiş olduğu çerçeve etrafında "sınıf tartışması"na katılmış ve tartışma sonucunda hep beraber bir genellemeye varılmıştır. Sınıf tartışması için 5 dakika ayrılmıştır. Etkinliğin tamamı yaklaşık 15 dakika sürmüştür.

Etkinlik 3. Bilinmeyeni Bulalım

Aşağıda verilen terazi dengededir. Terazinin sol kefesinde özdeş 4 tane bilye, sağ kefesinde ise 1 birim kütle vardır. Buna göre 1 tane bilyenin ağırlığını bulmak için hangi işlemi yapmamız gerekir? Nedenini kısaca açıklayınız.



Etkinliğin amacı, öğrencilerin çarpma işleminin tersi olan bölme işlemini kullanması gerekirken toplama işleminin tersi olan çıkarma işlemini kullanması sonucu ortaya çıkan "diğer ters işlem hatası" diye adlandırılan yanılgıyı ortadan kaldırmak ve ters işlemleri öğrencilere kavratmaktır. Etkinlik bireysel çalışma**,** grup çalışması ve sınıf tartışması olmak üzere üç aşamalı olarak tasarlanmıştır. Her bir bölüme beşer dakika ayrılarak toplam 15 dakikada etkinlik tamamlanmıştır.

Etkinlik 4. Denklem ve Adalet

Bir denklemi çözmek ile adaletli olmak arasında çok yakın bir ilişki vardır. Buna babanın çocuklarına adaletli davranmasını örnek gösterebiliriz. Örneğin; baba bir çocuğuna iki dilim pasta veriyorsa diğer çocuğuna da iki dilim pasta vermelidir ya da bir çocuğun tabağından bir dilim pasta alıyorsa diğer çocuğun tabağından da bir dilim pasta almalıdır ki adaletli davranmış olsun. Benzer şekilde devam edersek bir çocuğa tabağındaki pastanın iki katı kadar pasta veriyorsa diğer çocuğa da iki kat pasta vermelidir. Burada matematiksel bir denklemde eşitliğin sol tarafını babanın birinci çocuğu, eşitliğin sağ tarafını da babanın ikinci çocuğu diye düşünüyoruz. Buna göre aşağıdaki çözümlü denklemleri inceleyip daha sonra verilen denklemleri aynı yöntemle çözünüz.

$X - 2 = 10$ İse $x = ?$ (denklemin her iki tarafına 2 eklenir

$X - \not{2} + \not{2} = 10 + 2$ (Her iki çocuğada 2 dilim pasta verilir.)

$\boxed{X = 12}$

$X + 1 = 10$ İse $x = ?$ (Eşitliğin her iki tarafından 1 çıkarılır.

$X + \not{1} - \not{1} = 10 - 1$ Her iki Çocuktan 1 dilim pasta alınır.)

$\boxed{X = 9}$

$2x = 10$ İse $x = ?$ (Eşitliğin her iki tarafı ikiye bölünür.

$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$ Her iki Çocuğun pastası ikiye bölünür.)

$\boxed{X = 5}$

$\frac{x}{2} = 10$ Ise $x = ?$ (Eşitliğin her iki tarafı iki ile çarpılır.

Her iki Çocuğa 2 kat pasta verilir.)

$2 \frac{x}{2} = 10.2$

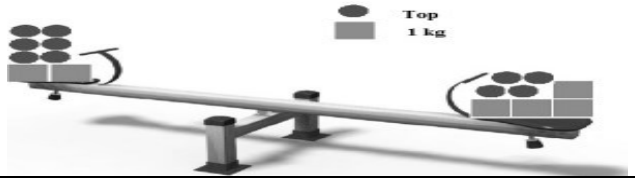
$\boxed{X = 20}$

- A + 3 = 5 ise A = ? B - 4 = 7 ise B = ?
- 3x = 24 ise x = ? y/ 6 = 2 ise y = ?

Etkinliğin amacı, öğrencilerin denklemin her iki tarafına aynı işlemi uygulamak yerine denklemin diğer tarafına geçirme metodunu kullanması sonucu ortaya çıkan "yeniden dağıtım ve toplananın yer değiştirmesi hataları" olarak nitelendirilen hatayı ortadan kaldırmak ve denklem çözerken her iki tarafa aynı işlemi uygulama mantığını öğrencilere kavratmaktır. Etkinlik; grup çalışması ve sınıf tartışması olmak üzere iki aşamalıdır. Öğretmen "denklem ve adalet" adlı hikâyeyi bir öğrenciye yüksek sesle okuttuktan sonra herkes etkinlik öncesi belirlenen grup arkadaşlarıyla birlikte 15 dakika boyunca çözüm yolları verilen denklemleri incelemiş, çözümü yapılması istenilen denklemleri çözmeye çalışmıştır. Son aşamada da her gruptan bir sözcü grupça yaptıkları işlemleri tüm sınıfa açıklamıştır. Tüm bu açıklamalar ve sınıf tartışması için 25 dakika ayrılıp etkinliğin tamamının 40 dakika Yani, bir ders saati sürdüğü görülmüştür (Milli Eğitim Bakanlığı, 2007).

Etkinlik 5. Denklem Çözüyorum

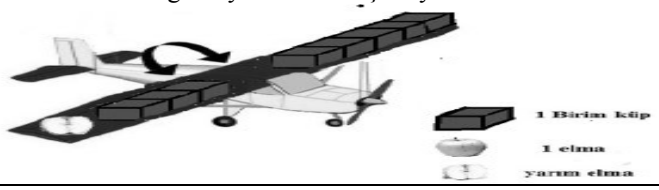
Aşağıda verilen tahterevallinin sol tarafında özdeş 6 adet top ile 2 tane 1 kg'lık ağırlık; sağ tarafında ise sol taraftaki toplarla özdeş 4 adet top ile 4 tane 1 kg'lık ağırlık vardır. Tahterevalli dengede ise bir topun ağırlığını denklem kurarak ve kurduğunuz denklemi çözerek bulunuz.



Etkinliğin amacı, öğrencilerin denklemin her iki tarafına aynı işlemi uygulamak yerine denklemin diğer tarafına geçirme metodunu kullanması sonucu ortaya çıkan "yeniden dağıtım ve toplananın yer değiştirmesi hataları" olarak nitelendirilen yanılgıları ortadan kaldırmak, denklem çözerken her iki tarafa aynı işlemi uygulama mantığını öğrencilere kavratmak ve öğrencilerin zihinlerinde denge ve denklem kavramları arasındaki ilişkiyi kurmalarını sağlamaktır. Etkinlik yaklaşık 20 dakika sürmüştür.

Etkinlik 6. Yarımdan Bütüne

Aşağıda verilen maket uçağın sağ ve sol kanatları denge hâlindedir. Sağ tarafta yarım elma ve 3 tane birim küp; sol tarafta ise 5 tane birim küp vardır. Buna göre bir adet elmanın kaç birim küpe eşit olacağını denklem kurarak bulunuz. İzlediğiniz yolu kısaca açıklayınız.



Etkinliğin amacı; öğrencilerin denklemi çözerken ters çevirme metodundaki (denklemin diğer tarafına geçirme) "taraf değiştirme, işaret değiştirme" kuralını ezbere uygulaması sonucu ortaya çıkan "ters çevirme hatası" adlı yanılgıyı düzeltmektir. Etkinliğin tamamı yaklaşık 20 dakika sürmüştür.

Etkinlik 7. Kutucukları Dolduralım

Aşağıda verilen eşitliklerde kutular yerine gelecek sayıları bulunuz. Sonuçları bulurken izlediğiniz yolları kısaca anlatınız.

a) □ + 5 = 9
b) □ - 3 = 7
c) 6 = 10 - □
d) □ □ □ = 15
e) 23 = 2 + □□□□□□
f) □□ - 3 = 17
g) ◺ = 5 → □ = ?(◺ = 1 kutunun yarısı) ▨
h) ▼ - 2 = 8 → □ = ?(▼=1 kutunun 1/4 ü) ▩

Yukarıdaki eşitliklerde kutular yerine harfler kullanılabilir mi? Eğer kullanılabilirse ◺ ve ▼ sembolleri yerine gelecek harfli ifadeleri bulunuz. Nedenini açıklayınız.

Etkinliğin amacı, öğrencilere ters işlemi kavratmak ve onların aritmetiksel işlemlerden cebirsel işlemlere geçişini kolaylaştırmaktır. Ayrıca, "ters işlemin sınırlı olarak uygulanması" adlı hatanın giderilmesine yardımcı olmak istenmektedir. Etkinliğin tamamı yaklaşık 25 dakika sürmüştür.

Etkinlik 8. Adım Adım Sonuca...

Aşağıda iki denklem ve bu denklemlerin çözümünde izlenecek adımlar karışık olarak verilmiştir. Denklemleri çözerken izlenecek adımları sırasıyla ve doğru biçimde denklemlerin karşılarına yerleştiriniz. (Her adım sadece bir kez kullanılacaktır.)



Etkinliğin amacı, öğrencilere ters işlemi kavratmak ve onların aritmetiksel işlemlerden cebirsel işlemlere geçişini kolaylaştırmaktır. Ayrıca, "ters işlemin sınırlı olarak uygulanması" adlı hatanın giderilmesine yardımcı olmak istenmektedir. Etkinlik; bireysel çalışma, grup çalışması ve sınıf tartışması olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır. Her birine 10'ar dakika olmak üzere etkinliğin tamamına yaklaşık 30 dakika ayrılmıştır.

Etkinlik 9. Kıyaslama Yapalım

Aşağıda verilen eşitliklerle ilgili soruları yanıtlayınız.
4898 + 3 = 4897 + ■ eşitliği doğruysa ■ yerine gelecek sayı mı büyüktür? Yoksa 3 mü büyüktür? Açıklayınız.
……
a = b + 2 ise a ile b yi büyüklük açısından kıyaslayınız. Sebebini açıklayınız.
…….....
x ve y sıfırdan farklı birer pozitif tamsayı ve 2.x = y eşitliği sağlanıyorsa x ile y yi büyüklük açısından sıralayınız. Sebebini açıklayınız.
……
c = d -1 ise c mi daha büyüktür? Yoksa d mi? Kısaca açıklayınız.

Eşitlikle ilgili kavram yanılgılarının sebebi, öğrencilerin aritmetiği işlem odaklı öğrenmeleri ve bu yorumları genelleştirerek cebirdeki denklem çözümüne taşımış olmaları sonucu eşitlik işaretini her zaman "İşlem yap ve sonuç elde et!" şeklinde algılamalarıdır. Bu etkinliğin amacı da eşitlik işaretinin her zaman bir işlemin sonucunu göstermediğini, iki taraf arasında denge sağladığını öğrencilere kavratmaktır. Etkinliğin tamamına yaklaşık 30 dakika ayrılmıştır.

Etkinlik 10. Denklem Kuralım

- Çözümü 2 olan bir denklem kurunuz.

Bu etkinliğin amacı da eşitlik işaretinin her zaman bir işlemin sonucunu göstermediğini, iki taraf arasında denge sağladığını öğrencilere kavratmaktır. Etkinliğin tamamına yaklaşık 25 dakika ayrılmıştır. Uygulama esnasında etkinliğe başlamakta zorlanan öğrencilere çözüm kümesinin ne anlama geldiği sorulmuştur. Öğrencilerden alınan "sonuç" cevabı doğrultusunda sonucun nereye yazıldığı ve sonucu neyin temsil ettiği sorulmuş ve öğrencilerin denklem kurma ile ilgili düşünmeleri sağlanmıştır. Böylelikle öğrencilerin etkinliğin içine çekilmesi sağlanmıştır. Etkinlikte $1+ x = 2$, $2.x = 2$, $12- x = 2$ ve $10 : x = 2$ gibi cevaplar alındığında öğrencilere bu denklemlerdeki x in ne olduğu sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerden "bilinmeyen" yanıtı alınınca da onlardan denklemleri çözmeleri istenmiştir. Denklemleri çözdüklerinde de bilinmeyenin aldığı değerlerin 2 den farklı olduğunu anlamaları sağlanmıştır. Daha sonra öğrencilerin buldukları değerin asıl sonuç olduğunu görmeleri, bir denklemin çözümünün o denklemdeki bilinmeyenin alacağı değere karşılık geldiğini fark etmeleri sağlanmıştır. Böylece eşitlik işareti, öğrencilerin "İşlem yap, sonuç elde et!" şeklindeki kısıtlayıcı yorumundan kurtarılmıştır.

Etkinlik 11. Eşitlik ve Denklem

Aşağıda görülen iki denklemde ▭ nun içine yazılması gereken sayılar aynı mıdır? Cevabınızı açıklayınız.

a) $2.\square + 15 = 31$

b) $2.\square + 15 - 9 = 31 - 9$

Bu etkinliğin amacı da eşitlik işaretinin her zaman bir işlemin sonucunu göstermediğini, iki taraf arasında denge sağladığını öğrencilere kavratmaktır. Etkinlik; bireysel çalışma, grup çalışması ve sınıf tartışması olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır. Bireysel çalışma sürecinde her öğrenci kutucuklardaki sayıları bulmaya çalışmıştır. Bunun için yaklaşık beş dakika zaman ayrılmıştır. Grup çalışmasında ise her öğrenci grup üyeleriyle fikir alışverişinde bulunmuştur. Grup çalışmasına beş dakika zaman ayrılmış. Çalışma sonlanınca sınıf ortamında tartışmaya geçilmiştir. Daha sonra sınıf tartışmasına 10 dakika süre tanınmıştır. Böylece etkinliğin tamamının 20 dakika sürdüğü gözlemlenmiştir.

Etkinlik 12. Kaybolan Sayılar

Aşağıda verilen eşitlikleri inceleyiniz. Eşitliklerde ■ ve harflerin yerine gelecek sayıları bulunuz.

a. $3.7 + 3 = 25 - 1$
b. $3.\blacksquare + 3 = 25 - 1$
c. $a \,.\, 7 + 3 = 25 - 1$
d. $3.b + 3 = 25 - 1$
e. $3.\,7 + 3 = c - 1$
f. $3.\,7 + 3 = 25 - d$

Etkinliğin amacı, öğrencilerin denklem kavramına gereksiz kısıtlamalar getirmelerini önlemektir. Ayrıca, bu etkinlik ile öğrencilerin çözüm kümesi kavramını "harfin ya da kutunun saklandığı sayı" olarak geliştirmelerine olanak sağlanabilir. Etkinlik; bireysel çalışma, grup çalışması ve sınıf tartışması olmak üzere üç aşamadan oluşmaktadır. Etkinliğin tamamına yaklaşık 20 dakika ayrılmıştır. Etkinliğe başlamakta zorlanan öğrencilerden verilen kutucuklu ve harfli soruları sözel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Onlara sorulan sorularla aslında altı eşitliğin de aynı ifadeye ait olduğunu kavramaları sağlanmak istenmiştir.

Bulgular

Bu bölümde, öğrencilere etkinlik öncesi uygulanan testteki 20 soru incelenmiş; öğrencilerin vermiş olduğu yanlış cevaplar irdelenerek yaptıkları hatalar tespit edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca, öğrencilere uygulanan öğretim sonrası yanılgılarında herhangi bir azalma olup olmadığı da incelenmiştir. Tüm bunlar yapılırken öğrencilerin cevaplarındaki hataların nitelikleri, betimlemeleri, frekans ve yüzde değerleri tablolarla belirtilmiştir. Aşağıda verilen tablolar ve yorumlamalar, öğretim öncesi öğrencilerde tespit edilen hatalar ve türleri hakkında bilgi vermektedir:

Etkinlik Öncesi Elde Edilen Bulgular

Gramer hatasına yönelik elde edilen bulgular. Tablo 1.1.a incelendiğinde 25 öğrencinin üçünde, yani tüm öğrencilerin %12'sinde gramer hatası tespit edilmiştir. Geriye kalan 22 öğrencide gramer hatasına rastlanmamasına rağmen cebirsel ifadeleri sözel olarak ifade etmede sıkıntı yaşadıkları gözlemlenmiştir.

Tablo 1.1.a

Gramer Hatası Yapan Öğrenci Sayısı ve Yüzdesi

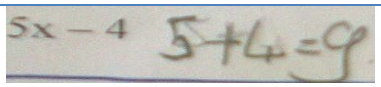
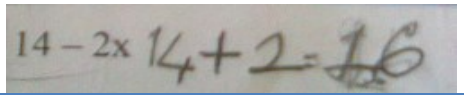
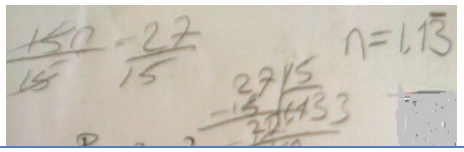
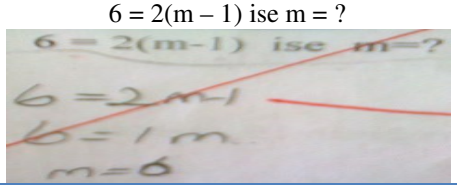
Gramer hatası yapan öğrenci sayısı	Diğer öğrenci sayısı	Hata yapanların yüzdesi
3	22	% 12

Tablo 1.1.b'de görüldüğü üzere gramer hatasına sahip öğrencilerin yanılgıları iki farklı soru türünde tespit edilmiştir. "Cebirsel ifadelere eş olan cümleleri yazma" ile ilgili soruda öğrenci ($Ö_7$), 5x ile 4'ün farklı ifadeleri temsil ettiğini değil, aynı olduklarını düşünerek işlemini gerçekleştirmiştir. Öğrenci ayrıca, -4 ve -2x in

işaretlerini de ihmal ederek onları pozitif sayılar gibi algılamıştır. Aynı tür hata $Ö_{18}$ ve $Ö_{20}$ kodlu öğrencilerde de "denklemlerin çözüm kümesini bulma" ile ilgili sorularda tespit edilmiştir. $Ö_{18}$ kodlu öğrenci 2n + 13 = 27 denklemini çözerken 2n ile 13 ü toplayıp 15 elde etmiş ve 27'yi de 15'e bölerek kendince doğru sonuca ulaşmıştır. $Ö_{20}$ kodlu öğrenci de önce parantezi görmezden gelmiş, sonrasında ise 2m'den 1'i çıkararak m ifadesine ulaşmış ve sonucu 6 olarak yazmıştır.

Tablo 1.1.b

Gramer Hatası Yapan Öğrenci Cevapları

Öğrenci	Soru	Hatalı öğrenci cevapları	Betimsel nitelendirme
$Ö_7$	Aşağıda verilen cebirsel ifadelere eş olan cümleler yazınız.	 	Verilen ifadenin bir sonuç olarak değil, çözülmesi gereken bir işlem olarak görülmesi
$Ö_{18}$	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.	2n + 13 = 27 ise n = ? 	Aritmetik işlemlerin yanlış şekilde cebire genellenmesi
$Ö_{20}$	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.	6 = 2(m – 1) ise m = ? 	Aritmetik işlemlerin yanlış şekilde cebire genellenmesi

Ters çevirme hatasına yönelik elde edilen bulgular. Tablo 1.2.a incelendiğinde 25 öğrencinin birinde yani, tüm öğrencilerin % 4'ünde ters çevirme hatası tespit edilmiştir. Geriye kalan 24 öğrencide ters çevirme hatasına rastlanmamasına rağmen denklem çözümünde sıkıntı yaşadıkları gözlemlenmiştir.

Tablo 1.2.a

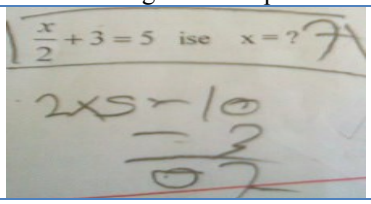
Ters Çevirme Hatası Yapan Öğrenci Sayısı ve Yüzdesi

Ters çevirme hatası yapan öğrenci sayısı	Diğer öğrenci sayısı	Hata yapanların yüzdesi
1	24	% 4

Tablo 1.2.b incelendiğinde $Ö_2$ kodlu öğrencinin 3'ü karşı tarafa atmak yerine, önce 2 ile 5 i çarptığı, sonrasında 3'ü 10'dan çıkardığı görülmektedir. Bu ise denklemin diğer tarafına geçirme metodunun ezberlenerek uygulandığını göstermektedir.

Tablo 1.2.b

Ters Çevirme Hatası Yapan Öğrenci Cevapları

Öğrenciler	Soru	Hatalı öğrenci cevapları	Betimsel nitelendirme
$Ö_2$	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.		Denklemin diğer tarafına geçirme metodunun ezbere uygulanması

Ters işlemin sınırlı olarak uygulanması ve ters işlem hatasına yönelik elde edilen bulgular. Tablo 1.3.a'dan görüldüğü üzere; 25 öğrencinin 12'sinde yani, tüm öğrencilerin % 48'inde ters işlemin sınırlı olarak uygulanması ve ters işlem hatası mevcuttur. Geriye kalan 13 öğrencinin bazılarının da denklem çözümü esnasında sıkıntı yaşadıkları gözlemlenmiştir.

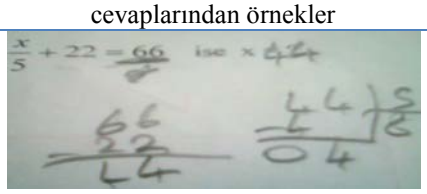
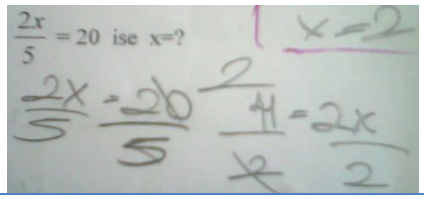
Tablo 1.3.a

Ters İşlemin Sınırlı Olarak Uygulanması ve Ters İşlem Hatası Yapan Öğrenci Sayısı ve Yüzdesi

Hata yapan öğrenci sayısı	Diğer öğrenci sayısı	Hata yapanların yüzdesi
12	13	% 48

Tablo 1.3.b

Ters İşlemi Sınırlı Olarak Uygulayan ve Ters İşlem Hatası Yapan Öğrenci Cevapları

Öğr.	Soru	Hatalı öğrenci cevaplarından örnekler	Betimsel nitelendirme
$Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_8$, $Ö_9$, $Ö_{10}$, $Ö_{11}$, $Ö_{17}$, $Ö_{22}$, $Ö_{24}$, $Ö_{25}$	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.	 	Bölme işleminin tersinin çarpma işlemi olarak algılanmaması

Tablo 1.3.b incelendiğinde öğrencilerin farklı denklem sorularında hep aynı yaklaşım içerisinde olduğu görülmektedir. Toplama işleminin tersi olarak çıkarma işlemi ya da çarpma işleminin tersi olarak bölme işlemi yapılacağı zaman herhangi bir sıkıntı yaşanmazken bölme işleminin tersi olan çarpma işleminin uygulanması gereken durumlarda öğrencilerin genelde çarpma işlemi yaptığı tespit edilmiştir. Bu durum

öğrencilerin ters işlem mantığını sınırlı olarak kavradıkları ya da kavrayamadıkları sonucuna götürmektedir.

Diğer ters işlem hatasına yönelik elde edilen bulgular: Tablo 1.4.a'ya göre 25 öğrencinin 12'sinde yani, tüm öğrencilerin % 48'inde diğer ters işlem hatası mevcuttur. Geriye kalan 13 öğrencinin bazılarının da denklem çözümü esnasında sıkıntı yaşadıkları söylenebilir.

Tablo 1.4.a

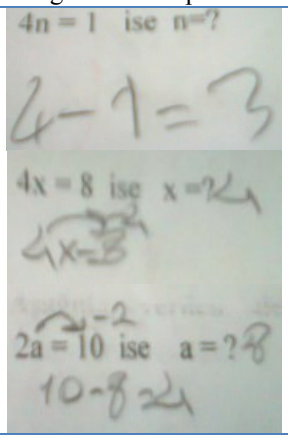
Diğer Ters İşlem Hatası Yapan Öğrenci Sayısı ve Yüzdesi

Hata yapan öğrenci sayısı	Diğer öğrenci sayısı	Hata yapanların yüzdesi
12	13	% 48

Tablo 1.4.b incelendiğinde, denklemlerin çözümlerinde öğrencilerin çarpma işleminin tersi olan bölme işlemini uygulaması gerekirken, toplama işleminin tersi olan çıkarma işlemini uyguladığı görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin 4n=1 denklemindeki 4n ifadesini 4+n, 2a=10 denklemindeki 2a ifadesini 2+a, 4x=8 denkleminde de 4x ifadesini 4+x şeklinde algılamış olabilecekleri ile açıklanabilir. Bu da cebirsel ifadelerin öğrenciler tarafından tam olarak neyi temsil ettiğinin kavranamadığının göstergesidir.

Tablo 1.4.b

Diğer Ters İşlem Hatası Yapan Öğrenci Cevapları

Öğrenciler	Soru	Hatalı öğrenci cevap örnekleri	Betimsel nitelendirme
$Ö_2$, $Ö_4$, $Ö_6$, $Ö_8$, $Ö_{11}$, $Ö_{13}$, $Ö_{14}$,$Ö_{16}$,$Ö_{17}$, $Ö_{18}$,$Ö_{22}$, $Ö_{24}$	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.		4n = 1 denkleminde 4n ifadesi 4 + n, 2a= 10 denkleminde 2a ifadesi 2+a, 4x=8 denkleminde de 4x ifadesi 4+x olarak algılanmıştır.

Toplananın yer değiştirmesi hatasına yönelik elde edilen bulgular: Tablo 1.5.a'ya göre 25 öğrencinin sekizinde yani, tüm öğrencilerin % 32'sinde toplananın yer değiştirmesi hatası mevcuttur. Geriye kalan 17 öğrencinin bazılarının denklem çözümü esnasında sıkıntı yaşadıkları söylenebilir.

Tablo 1.5.a

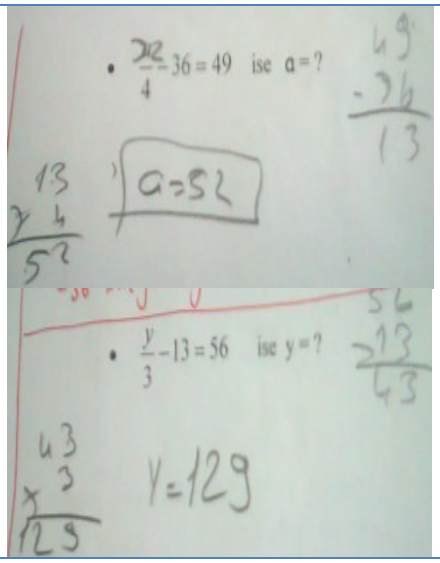
Toplananın Yer Değiştirmesi Hatasını Yapan Öğrenci Sayısı ve Yüzdesi

Hata yapan öğrenci sayısı	Diğer öğrenci sayısı	Hata yapanların yüzdesi
8	17	% 32

Tablo 1.5.b incelendiğinde; denklemlerin çözümünde eşitliğin sol tarafındaki sayıların eşitliğin sağ tarafına işaret değiştirilmeden, doğrudan geçirildiği görülmektedir. Bu ise denklemin diğer tarafına geçirme metodunun ezbere uygulandığını göstermektedir. Kieran (1992)'ye göre bu hata genelde, denklemin her iki tarafına aynı işlemi uygulama yöntemini kullanmayan öğrencilerde görülmektedir.

Tablo 1.5.b

Toplananın Yer Değiştirmesi Hatasını Yapan Öğrenci Cevapları

Öğrenciler	Soru	Hatalı öğrenci cevaplarına örnekler	Betimsel nitelendirme
$Ö_2$,$Ö_5$, $Ö_8$,$Ö_9$, $Ö_{12}$,$Ö_{14}$, $Ö_{15}$,$Ö_{24}$	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.		Denklemin diğer tarafına geçirme metodunun ezbere uygulanması

Tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi hatasına yönelik elde edilen bulgular: Tablo 1.6.a'dan da anlaşılacağı üzere 25 öğrencinin dokuzunda yani, tüm öğrencilerin % 36'sında tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi hatası mevcuttur. Bunun yanı sıra diğer öğrencilerin de denklem çözümü esnasında birtakım problemler yaşadığını söylemek mümkündür.

Tablo 1.6.a

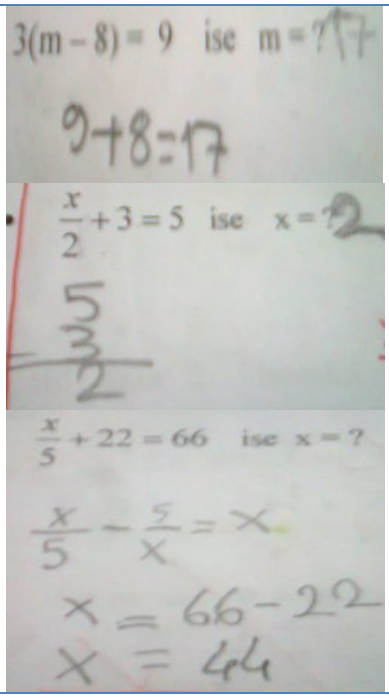
Tanıdık Olmayanın Görmezden Gelinmesi Hatasını Yapan Öğrenci Sayısı ve Yüzdesi

Hata yapan öğrenci sayısı	Diğer öğrenci sayısı	Hata yapanların yüzdesi
9	16	% 36

Tablo 1.6.b incelendiğinde; birinci denklemde öğrencinin parantezi ve parantezin başında bulunan 3'ü görmezden gelerek denklemi çözmeye çalıştığı, ikinci denklemde ise x/2 ifadesini x gibi algılayarak sonuca ulaştığı, üçüncü denklemde de ikinci denkleme benzer bir yaklaşımla x/5 ifadesini x şeklinde düşünerek sonuca gitmeye çalıştığı görülmektedir. Buradan yola çıkılarak öğrencilerin yeni karşılaştıkları ya da kendilerine yabancı gelen denklemleri, çözümünü bildikleri denklemlere dönüştürerek çözmeye çalıştıkları söylenebilir.

Tablo 1.6.b

Tanıdık Olmayanın Görmezden Gelinmesi Hatasını Yapan Öğrenci Cevapları

Öğrenciler	Soru	Hatalı öğrenci cevaplarına örnekler	Betimsel nitelendirme
$Ö_2$, $Ö_5$, $Ö_6$, $Ö_{10}$, $Ö_{12}$, $Ö_{16}$, $Ö_{17}$,$Ö_{18}$,$Ö_{19}$	Aşağıda verilen denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.		Alışık olunmayan denklemin bilinen denkleme dönüştürülmesi

Eşitlikle ilgili kavram yanılgısına yönelik bulgular: Tablo 1.7.a'dan da anlaşılacağı üzere 25 öğrencinin altısında yani, tüm öğrencilerin % 24'ünde eşitlik kavramıyla ilgili yanlış algılar mevcuttur. Bunun yanı sıra, diğer öğrencilerin bazılarının da denklem çözümünde ve çözüm kümesi verilen bir ifadeye ait problemi oluşturmada birtakım zorluklar yaşadığını söylemek mümkündür.

Tablo 1.7.a

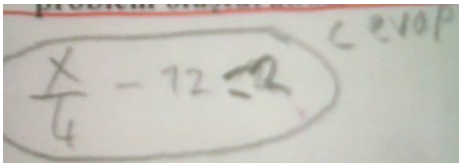
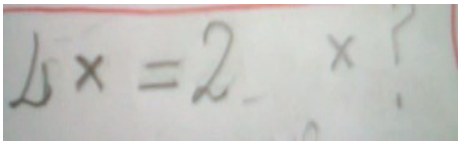
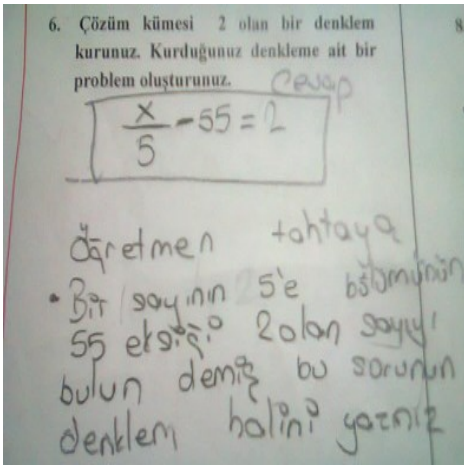
Eşitlikle İlgili Kavram Yanılgısına Sahip Öğrenci Sayısı ve Yüzdesi

Hata yapan öğrenci sayısı	Diğer öğrenci sayısı	Hata yapanların yüzdesi
6	19	% 24

Tablo 1.7.b incelendiğinde; öğrencilerin eşitliği sağ tarafına sonucun yazıldığı bir işaret olarak algıladığı görülmektedir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar göz önünde bulundurulduğunda çözüm kümesi kavramının tam olarak anlamadıkları, bir denklemin çözüm kümesini "eşitliğin sağ tarafına yazılan sayı" olarak düşündükleri görülmektedir.

Tablo 1.7.b

Eşitlikle İlgili Kavram Yanılgısına Sahip Öğrenci Cevapları

Öğr.	Soru	Hatalı öğrenci cevaplarına örnekler	Betimsel nitelendirme
$Ö_8$,$Ö_9$, $Ö_{13}$,$Ö_{15}$, $Ö_{17}$, $Ö_{23}$,	Çözüm kümesi 2 olan bir denklem kurunuz. Kurduğunuz denkleme ait bir problem oluşturunuz.	  	Eşitlik kavramının, sağ tarafına sonucun yazıldığı bir işaret olarak algılanması

Etkinlik Sonrası Elde Edilen Bulgular

Tablo 2.1

Etkinlik Öncesi ve Sonrası Öğrencilerin Yaptıkları Hatalar

	Etkinlik öncesi									Etkinlik sonrası							
Öğrenciler	Gramer hatası	Ters çevirme hatası	Ters işlemin sınırlı olarak uygulanması ve ters işlem hatası	Diğer ters işlem hatası	Yeniden dağıtım ve toplananın yer değiştirmesi hataları	Tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi hatası	Eşitlik kavramı ile ilgili yanlış algılar	Denklem kurma/ çözmeyle ilgili ve cebirsel dille sıkıntılar	Gramer hatası	Ters çevirme hatası	Ters işlemin sınırlı olarak uygulanması ve ters işlem hatası	Diğer ters işlem hatası	Yeniden dağıtım ve toplananın yer değiştirmesi hataları	Tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi hatası	Eşitlik kavramı ile ilgili yanlış algılar	Denklem kurma/ çözmeyle ilgili ve cebirsel dille sıkıntılar
$Ö_1$			+					+			-					-
$Ö_2$		+	+	+						-	-	┐				
$Ö_3$								+								-
$Ö_4$				+				+				┐				┐
$Ö_5$			+		+	+		+			+		+	+		-
$Ö_6$				+		+		+				┐		┐		-
$Ö_7$								+								-
$Ö_8$				+			+	+				┐			┐	┐
$Ö_9$			+			+	+				-			-	-	
$Ö_{10}$			+			+		+			┐			┐		┐
$Ö_{11}$			+	+				+			-	-				-
$Ö_{12}$					+			+					-			-
$Ö_{13}$	+			+			+	+	-			-			-	-
$Ö_{14}$			+		+			+			┐		-			-
$Ö_{15}$					+		+						+		-	
$Ö_{16}$						+		+						-		┐
$Ö_{17}$				+				+				-				┐
$Ö_{18}$	+		+			+		+	-		-			-		┐
$Ö_{19}$						+								-		
$Ö_{20}$	+								┐							
$Ö_{21}$								+								-
$Ö_{22}$			+					+			┐					-
$Ö_{23}$							+	+							-	-
$Ö_{24}$			+	+			+				-	-			-	
$Ö_{25}$		+	+					+		┐	┐					┐

\+ İlgili hataya sahip ; - İlgili hataya sahip değil ; ┐ İlgili hataya kısmen sahip

Etkinlikler öncesinde öğrencilerde var olan yanılgıları tespit etmek için yapılan kavram testi, çalışma grubuna etkinlikler sonrasında yeniden uygulanmıştır ve elde edilen bulgular da etkinlik öncesi ve sonrası şeklinde yukarıda Tablo 2.1'de

sunulmuştur. Tablo 2.1 incelendiğinde etkinlikler öncesinde öğrencilerdeki mevcut hatalarda etkinlikler sonrasında azalma olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra, öğrencilerin cebirsel ifadelere eş cümleler yazma, denklem kurma ve çözme sorularını yanıtlama oranlarında da bir artış söz konusudur.

Tablo 2.2'de görüldüğü gibi öğrencilerin ön-test ve son-testten aldıkları puanlar arasında son-test lehine 27.84 puanlık bir fark bulunmaktadır. Bu farkın anlamlı olup olmadığını anlamak amacıyla SPSS 16.0 programı kullanılarak ilişkili örneklemler *t* testi uygulanmıştır ($t_{(24)}$ = -9.48, p = .00<.05). Bu değerlere göre öğrencilerin ön-test-son-test puanları arasındaki fark anlamlıdır. Buradan hareketle etkinliklerle hazırlanan öğretimin, öğrencilerin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusundaki başarısını olumlu yönde etkilediği söylenebilir.

Tablo 2.2

Ön-test - Son-test Sonuçları

Ölçüm	Denek Sayısı (*N*)	Aritmetik Ortalama (*x*)	Standart Sapma (*SS*)	Serbestlik Derecesi (*Sd*)	*t* Değeri	Anlamlılık Düzeyi (*p*)
Öntest	25	36.80	18.40	24	-9.48	.000
Sontest	25	64.64	19.10			

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusuna ilişkin sahip oldukları yanılgılar yedi başlık altında toplanmıştır. Bu yanılgılar Hall (2002)'nin tespit ettiği (Oktaç, 2010) yanılgılarla örtüşmektedir. Bu yanılgılar; gramer hatası, ters çevirme hatası, diğer ters işlem hatası, toplananın yer değiştirmesi hatası, tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi hatası, ters işlemin sınırlı olarak uygulanması ve ters işlem hataları, eşitlikle ilgili yanlış algılar şeklindedir.

Yapılan çalışmada öğrencilerin verilen cebirsel ifadelere eş sözel cümleleri yazma ve sözel olarak verilen cümleleri cebirsel biçimde yazma konusunda sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca, bu ifadeleri yazarken eksik veya yanlış tanımlamalar yaptıkları gözlenmiştir. Bunun sebebi olarak öğrencilerin aritmetikteki bilgilerini yanlış şekilde cebire genellemeleri gösterilebilir. 5x-4 cebirsel ifadesini 5'ten 4'ü çıkarıp 1x şeklinde yazan öğrencilerin de verilen ifadeyi bir obje veya bir sonuç olarak değil de çözülmesi gereken bir işlem olarak gördükleri söylenebilir. Bu yüzden cebir alanına girişte öğrencilerin cebirsel ifadelerin yapılarını kavramaları sağlanmalıdır. Bunun için de öğrencilere, denk olan cebirsel ifadeleri gösterebilme, cebirsel ifadeleri farklı biçimlerde gösterebilme ve cebirsel ifadeler üzerinde çeşitli işlemler yapabilme becerileri kazandırılmalıdır fakat bu yapılırken de acele edilmemelidir çünkü aritmetikten cebire geçiş uzun bir süreçtir (Linchevski & Livneh, 1999; Kieran, 2007). Tüm bu söylenenlerin ışığında; öğrencilerle "Benzer Terimleri Öğreniyorum (Etkinlik 1)" adlı

etkinlik gerçekleştirilmiştir. Etkinlik sonrasında öğrencilerin gramer hatalarının azaldığı ve cebirsel ifadeleri daha doğru biçimde yazdıkları tespit edilmiştir.

Öğrencilerde tespit edilen bir başka yanılgı, ters çevirme hatasıdır. $x/2 + 3 = 5$ denkleminin çözümünü $x + 3 = 10$ ve $x=7$ şeklinde çözen öğrencilerde bu yanılgı görülmüştür. Bu öğrencilerin denklemin her iki tarafına aynı işlemi yapan değil, denklemin diğer tarafına geçirme metodunu ezberleyen öğrenciler olduğu söylenebilir. Hersovics ve Linchevski (1994)'ün de belirttiği üzere cebir alanında öğrencilerin yaptıkları hatalar ve başarısızlıkları onların kapasitelerini göstermez. Aksine eğitimcilere nasıl bir öğretim tasarlayacakları hakkında ipuçları verir. Bu amaçla tespit edilen ters çevirme hatasını ortadan kaldırmak için "Yarımdan Bütüne (Etkinlik 6)" adlı etkinlik tasarlanmış ve öğrencilere uygulanmıştır. Etkinlik sonucunda bazı öğrencilerin ters çevirme hatalarının yok olduğu, bazılarında da bu hatanın azaldığı görülmüştür.

Öğrencilerin sahip olduğu bir diğer yanılgı türü diğer ters işlem hatasıdır. $4x = 1$ denklemini çözerken her iki tarafı 4'e bölmek yerine x'in katsayısı olan 4'ü karşı tarafa -4 şeklinde geçiren öğrenciler olduğu görülmüştür. Bu ise $4x$'in $4+x$ şeklinde algılanmış olabileceğiyle açıklanmaktadır (Sleeman, 1984). Steinberg, Sleeman ve Ktorza (1990)'ın yaptığı çalışma da benzer şekilde $3x$ ifadesinin öğrenciler tarafından $3+x$ şeklinde algılandığını belirterek öğrencilerin bu yanılgılarına dikkat çekmiştir. Hall (2002) de bu yanılgıların azalması için ters işleme daha fazla önem verilmesi gerektiğini söylemiştir. Yapılan literatür taraması neticesinde de ters işlemi kavratıcı nitelikte olan "Cebirsel İfadeler (Etkinlik 2)" ve "Bilinmeyeni Bulalım (Etkinlik 3)" adlı etkinlikler tasarlanmış ve bu iki etkinlik öğrencilerle birlikte gerçekleştirilmiştir. Bu etkinlikler sonucunda da öğrencilerin yanılgılarında azalmalar tespit edilmiştir.

Çalışmada belirlenen başka bir yanılgı ise toplananın yer değiştirmesi hatasıdır. Bu yanılgıya sahip öğrencilerin, denklem çözerken bir sayı ya da harfli ifadeyi işaret değiştirmeden, olduğu gibi eşitliğin karşı tarafına geçirdiği görülmüştür. Kieran (1992), bu yanılgının denklemin her iki tarafına aynı işlemi uygulayan değil de denklemin diğer tarafına geçirme metodunu ezberleyen öğrenciler tarafından yapıldığını belirtmiştir. Bu bağlamda; denklem çözerken her iki tarafa aynı işlemi uygulama mantığını öğrencilere kavratmak, öğrencilerin zihinlerinde denge ve denklem kavramları arasındaki ilişkiyi kurmalarını sağlamak için "Denklem ve Adalet (Etkinlik 4)" ile "Denklem Çözüyorum (Etkinlik 5)" adlı etkinlikler uygulanmıştır. Etkinlikler sonucunda da öğrencilerin yanılgılarında azalmalar olduğu sonucuna varılmıştır.

Çalışma grubunda tespit edilen bir diğer yanılgı da tanıdık olmayanın görmezden gelinmesi hatasıdır. Oktaç (2010)'a göre; öğrenci alışık olmadığı bir denklemi çözüm yöntemini bildiği bir denkleme dönüştürerek bilinçli ya da bilinçsiz olarak zorluklardan kaçınmış olur. Bu hatanın azalması için de öğrencilerin denklemleri kavramsallaştırmaları sağlanmalıdır. Ben-Hur (2006)'ya göre kavramsallaştırma, yeni deneyimlerin ve bilgilerin var olan bilişsel ve kavramsal şemaya eklenip özümsenmesini içeren bir öğrenme sürecidir. Bu amaçla, öğrencilerin daha önce denklem çözme aşamasında kullandıkları bilgilerini daha da genişleterek farklı yapıdaki ve daha karmaşık denklemlere aktarabilmeleri için denklem çözümü ve eşitlikle ilgili etkinlikler

düzenlenmiştir. Bu etkinlikler sonrasında da öğrencilerin yaptıkları bu hata türünde büyük oranda azalmalar olduğu görülmüştür.

Diğer bir hata da ters işlemin sınırlı olarak uygulanması ve ters işlem hatalarıdır. Ters işlemin sınırlı olarak uygulanması hatasına göre öğrenciler iki aşamalı denklemleri çözerken toplamanın tersi olarak çıkarma işlemini doğru biçimde kullanmalarına rağmen, bölme işleminin tersi olarak çarpma işleminin uygulanması gereken durumlarda yine bölme işlemini yapmışlardır. Öğrencilerin ters işlemi sınırlı olarak kavradıkları sonucuna varılmıştır. Bu bağlamda; öğrencilere ters işlemi kavratmak ve onların aritmetiksel işlemlerden cebirsel işlemlere geçişini kolaylaştırmak ve sahip oldukları "ters işlemin sınırlı olarak uygulanması" adlı yanılgıyı aşmalarına yardımcı olmak için "Kutucukları Dolduralım (Etkinlik 7)" ve "Adım Adım Sonuca... (Etkinlik 8)" adlı etkinlikler düzenlenmiştir. Bu etkinlikler sonucunda da öğrencilerin büyük bir kısmının diğer ters işlem hatasını yapmadıkları ve denklem çözme esnasında daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir.

Oktaç (2010)'a göre, öğrencilerin aritmetiği işlem odaklı öğrenmesi ve bu yorumları genelleştirerek cebirdeki denklem çözümüne taşımış olmaları sonucu eşitlik işaretini her zaman için "İşlem yap ve sonuç elde et!" şeklinde algılamaları bir kavram yanılgısıdır. Bu yanılgının oluşmaması için doğrusal denklemlerin çözümünde öğretmenler, eşitlik kavramının bitirilmesi gereken bir işlemi değil de iki taraf arasındaki dengeyi ifade ettiğini vurgulamalıdırlar. Bu bağlamda, öncelikle öğrencilere denge kavramı aritmetikte kazandırılmalı, sonrasında ise bu anlayışın daha karmaşık sistemleri içeren cebirsel alana transfer edilmesi sağlanmalıdır. Bu farkındalığın kazandırılması da çeşitli modeller yardımıyla (terazi, tahteravalli vs.) olabilir (Baratta, 2011). Bu amaçla, eşitlik işaretinin her zaman bir işlemin sonucunu göstermeyip iki taraf arasında dengeyi sağladığını öğrencilere kavratmak için "Kıyaslama Yapalım (Etkinlik 9)", "Denklem Kuralım (Etkinlik 10)", "Eşitlik ve Denklem (Etkinlik 11)" ile "Kaybolan Sayılar (etkinlik 12)" etkinlikleri tasarlanarak öğretim sürecinde öğrencilere uygulanmıştır. Yapılan öğretim sonrasında öğrencilerde eşitlikle ilgili görülen yanılgılarda azalmalar tespit edilmiştir.

Sonuçlarda da görüldüğü üzere etkinliklerle yapılan öğretimin öğrencilerin yanılgılarını azaltmada etkili olduğu söylenebilir. Öğretim öncesi öğrencilere uygulanan cebirsel ifadeler ve denklemler ile ilgili kavram testinden aldıkları puanlarla öğretim sonrası aynı testten aldıkları puanlar arasındaki fark anlamlı bulunmuştur. Bu da yapılan etkinliklerin, öğrencilerin "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konularını anlamalarında ve sahip oldukları yanılgıları azaltmada etkili olduğunu göstermektedir.

Öneriler

Çalışmada varılan sonuçlara dayanılarak cebir öğrenme alanı ve matematik öğretimi ile ilgili şu öneriler sunulabilir:

Öğrencilerin sahip oldukları yanılgıların etkisini en aza indirmek için öğretmenler öğretimi planlarken ilgili konuda öğrencilerin sahip oldukları veya geliştirebilecekleri olası kavram yanılgılarından haberdar olmalıdır (Bottle, 2005).

Süreçte öğrencilerin konu ile ilgili soyutlama yapmalarını sağlamak için öğretim aşamalı bir şekilde gerçekleştirilmelidir.

Yanılgıların giderilmesinde öğretmenlere düşen görev, öğrencilerin derse etkin bir şekilde katılımını sağlamaktır. Bunun için de sınıfta öğrencilerin birbirleriyle fikir alışverişinde bulunabilecekleri, hatta çözüm yollarını tartışabilecekleri küçük tartışma grupları oluşturulmalıdır. Öğrenci merkezli etkinliklerde öğrencilerin aktif rol alması ve derse katılımları önemlidir.

Öğrenciler aritmetikten cebire geçişte zorlanmaktadırlar. Bu yüzden aritmetikten cebire geçişte acele edilmemelidir. Bu geçiş sağlanırken öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları problem durumlarından yola çıkılarak bir öğretim tasarlanmalıdır.

Öğrencilerin cebirde harfler, bilinmeyen kavramı, eşitlik işareti ve denklemlerle ilgili birtakım kavram yanılgılarının olduğu unutulmamalıdır. Öğrencilerin bu kavramları daha doğru algılamaları için önce somut materyaller kullanılmalı, sonra şekillerden yararlanıp en son matematiksel sembollere geçilmelidir.

Kaynakça

Altun, M. (2010). *İlköğretim 2. kademede (6.7.8. sınıflarda) matematik öğretimi* (7. bs.). Ankara: Alfa Aktüel Yayınevi.

Baratta, W. (2011). Linear equations: Equivalance=success. *Australian Mathematics Teacher, 67*(4), 6-11.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. sınıflar)* (1. bs.). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.

Ben-Hur, M. (2006). *Concept-rich mathematics instruction: Building a strong foundation for reasoning and problem solving.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Bingölbali, E. & Özmantar, M. F. (2010). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (2. bs.). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.

Booth, L. R. (1989). A question of structure. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 57-59). Reston, USA: NCTM.

Bottle, G. (2005). *Teaching mathematics in the primary school: The essential guide.* England, London: Continuum International Publishing Group.

Boujaoude, S. B. (1992). The relationship between students' learning strategies and the chance in their misunderstanding during a high school chemistry course. *Journal of Reearch in Science Teaching, 29,* 687-699.

Cankoy, O. (t. y.). *Kavram yanılgısı nedir?* http://www.aoa.edu.tr/cankoy/Kavram%20Yanılgısı%20Nedir.doc. adresinden alınmıştır.

Chapin, S. H. & Johnson, A. (2006). *Math matters : Understanding the math you teach, grades K-8* (2nd ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N.C. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades 1-6.* Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Dede, Y., Yalın, H. İ., & Argün, Z. (2002). *İlköğretim 8.sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları.* 5. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulmuş sözlü bildiri, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Derbyshire, J. (2006). *Unknown quantity: A real and imaginary history of algebra.* Washington, DC: Joseph Henry Press.

Duffy, T., Mottershead, L., & Murty, G. (2003). *Connections maths 8.* Sydney, Australia: Pascal Press.

Erbaş, A. K. & Ersoy, Y. (2002). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanılgıları.* 5. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulmuş sözlü bildiri, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Gates, P. (2001). *Issues in mathematics teaching.* London, England: Routledge Falmer.

Gronlund, N. E. & Linn, R. L. (1990). *Measurement and evaluation in teaching* (6th ed.). New York, NY: MacMillan.

Hall, R. D. G. (2002). An analysis of errors made in the solution of simple linear equations. *Philosophy of Mathematics Education, 1,* 49-65.

Hersovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics, 27*(1), 59-78.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* s. 706-762 Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kieran, C. (2007). *What do students struggle with when first introduced to algebra symbols?* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Köroğlu, H., Geçer, Z., Taşçı, Ö., & Ay, H. G. (2004). *İlköğretim 7. sınıf denklemler konusunun farklı öğrenme etkinlikleri ile işlenmesi ve değerlendirilmesi.* 6. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulmuş bildiri, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Linchevski, L. & Livneh, D. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics, 40*(2), 173-196.

Maran Graphics Development Group. (2005). *Maran illustrated effortless algebra.* Boston, MA: Course Technolgy.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2nd ed.). London: SAGE.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2007). *Denklemler ve adalet. "Bu Benim Eserim" adlı proje yarışması* (Proje No: 20077016882).

http://basvurular.meb.gov.tr/bubenimeserim/prj_bankasi_ayrinti.aspx?projeNo=2007016882 adresinden alınmıştır.

Mestre, J. (1987). *Why should mathematics and science teachers be interested in cognitive research findings?* Retrieved from ERIC database. (ED3133192)

Mestre, J. (1989). *Hispanic and Anglo students' misconceptions in mathematics.* Retrieved from http://www.ericdigests.org/pre-9213/hispanic.htm

National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Algebra: What, when, and for whom a position of the National Council of Teachers of Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Oktaç, A. (2010). Birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler ile ilgili kavram yanılgıları. E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Eds) içinde, Matematiksel *zorluklar ve çözüm önerileri* (2. bs., ss. 241-262). Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.

Pines, A. L. (1985). Towards a taxonomy of conceptual relations. In L. West & A. L. Pines (Eds.), *Cognitive structure and conceptual change* (pp. 101-116). New York: Academic Press.

Resnick, L. (1983). Mathematics and science learning: A new conception. *Science, 220,* 477-478.

Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics, 4-15: Learning from errors and misconceptions.* Buckingham, UK: Open University Press.

Sleeman, D. (1984). An attempt to understand students' understanding of basic algebra. *Cognitive Science, 8,* 413-437.

Spooner, M. (2002). *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: Working towards successful SATS.* New York, USA: David Fulton Publishers.

Steinberg, R. M., Sleeman, D., & Ktorza, D. (1990). Algebra students' knowledge of equivalent equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(2), 112-121.

Yenilmez, K. & Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 461-483.

Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram yanılgısı nedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, & H. Akkoç (Eds.) içinde, *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri.* ss. 1-8 Ankara: PegemA Yayıncılık.